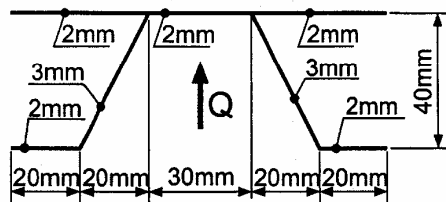


**1. Feladat (25 pont):**

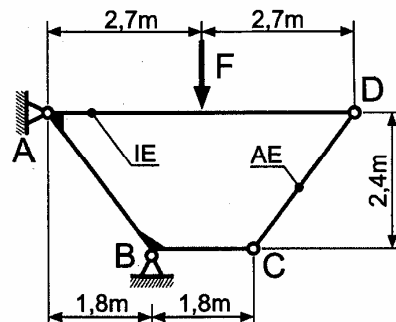
- Határozza meg a vázolt szelvény M nyírási középpontjának helyét!
- Határozza meg a keresztmetszetben a  $\tau$  nyírófeszültség eloszlását és irányát az M nyírási középponton átmenő, függőleges irányú Q nyíróerőhöz!



Adatok:  $Q = 4000 \text{ N}$

**2. Feladat (25 pont):** A vázolt tartó DA, AB és BC rúdjaiknak húzó-nyomó merevsége végtelen, hajlító merevsége IE. A CD rúd húzó-nyomó merevsége AE.

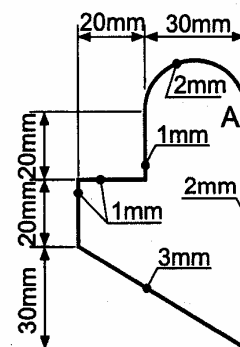
- Erőmódszerrel határozza meg a vázolt szerkezet hajlító nyomatéki igénybevételi ábráját a jellemző értékek feltüntetésével!
- Határozza meg az F erő támadáspontjának erő irányú elmozdulását (nagyság és értelem)!



**Adatok:**  $F = 3000 \text{ N}$ ;  $IE = 2 \cdot 10^4 \text{ Nm}^2$ ;  $AE = 6 \cdot 10^7 \text{ N}$

**3. Feladat (25 pont):**

- Határozza meg, hogy hányszor nagyobb fajlagos elcsavarodást szenved szabad csavarásban a vázolt vékonyfalú, nyitott keresztmetszet, ahhoz képest, mint ha az A pontban összehegesztenénk és az így kialakuló zárt, vékonyfalú keresztmetszetet szabadon csavarnánk!
- Határozza meg, hogy az A pontnál összehegesztéssel kialakuló zárt vékonyfalú keresztmetszetben az Mcs csavaró nyomaték hatására hol és mekkora maximális  $\tau$  feszültség keletkezik!

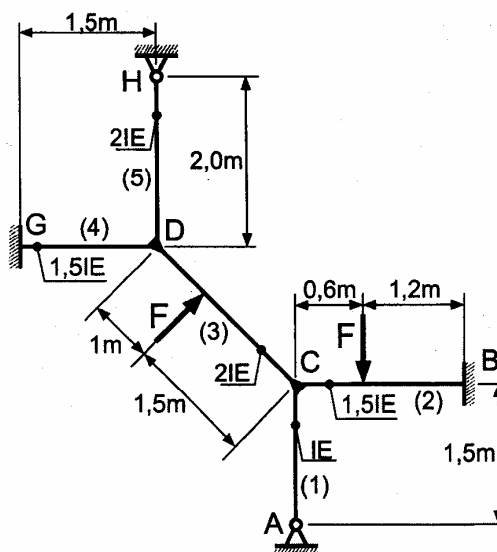


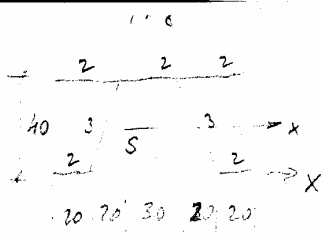
Adatok:  $G = 80 \text{ GPa}$  ;  $M_{CS} = 100 \text{ Nm}$

**4. Feladat (25 pont):** A vázolt tartó rúdjaiknak hajlító merevségei adottak, és a két db F koncentrált erő terheli. A rudak húzó-nyomó merevsége végtelen.

- a) Mozgásmódszerrel határozza meg a tartó hajlító nyomaték igénybevételi ábráját a jellemző értékek feltüntetésével!

Adatok:  $F = 23328 \text{ N}$ ;  $AE = \infty$





$$A = 110 \cdot 2 + 42 \cdot 2 + 2 \cdot 3 \sqrt{20^2 + 40^2} = 220 + 80 + 268,33 = 568,33 \text{ mm}^2$$

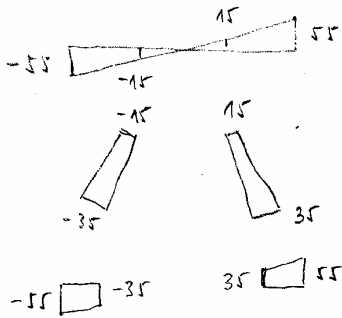
$$S_x = 220 \cdot 40 + 3 \cdot 44,72 \cdot 20 \cdot 2 = 8800 + 5366,4 = 14166,4 \text{ mm}^3$$

$$y_s = \frac{14166,4}{568,33} = 24,926 \text{ mm}$$

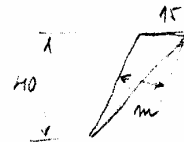
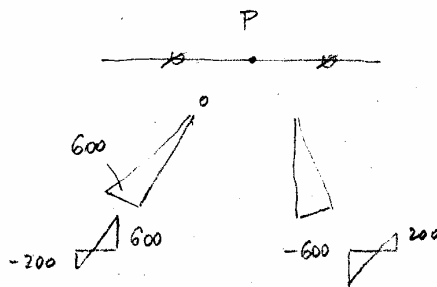
$\xi_H = 0!$  symmetric

$$J_y = 110 \cdot 2 \cdot \frac{110^2}{12} + 3 \cdot 44,72 \left( 25^2 + \frac{20^2}{12} \right) \cdot 2 + 20 \cdot 2 \left( 45^2 + \frac{20^2}{12} \right) \cdot 2 = 221833,3 + 176644 + 164666,6 = 563144 \text{ mm}^4$$

$x(u)$



$w_P(u)$

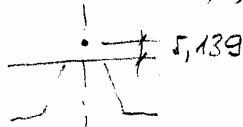


$$2t = 15 \cdot 40 = 44,72 \cdot m$$

$$m = \frac{15 \cdot 40}{44,72} = 13,417$$

$$\int w_P(u) x(u) v(u) du = 2 \left\{ 3 \cdot \frac{44,72}{6} \left[ 2 \cdot (-35) 600 + (-15) \cdot 600 \right] + 2 \cdot \frac{20}{6} \left[ 2 \cdot (-35 \cdot 600 + 55 \cdot 200) + 35 \cdot 200 - 55 \cdot 600 \right] \right\} = 2 \left( -1140360 - 306666,6 \right) = -2894053,3 \text{ mm}^5$$

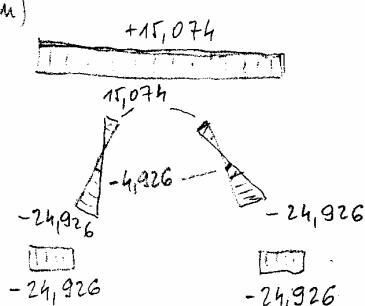
$$\eta_M = - \frac{-2894053,3}{563144} = 5,139 \text{ mm}$$



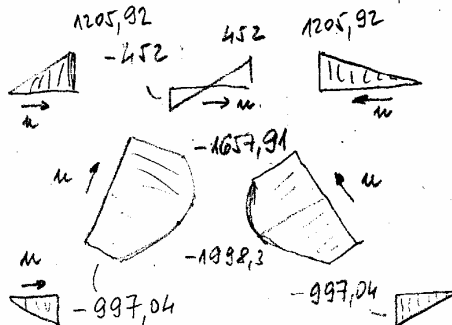
$$b) J_x = 110 \cdot 2 \cdot (40 - 24,926)^2 + 2 \cdot 44,72 \cdot 3 \left( 4,926^2 + \frac{40^2}{12} \right) + 2 \cdot 20 \cdot 2 \cdot 24,926^2 = 49989,6 + 42286,9 + 49704,4 = 141981 \text{ mm}^4$$

$$-\frac{Q_y}{J_x} = -\frac{4000}{141981} = -0,02817$$

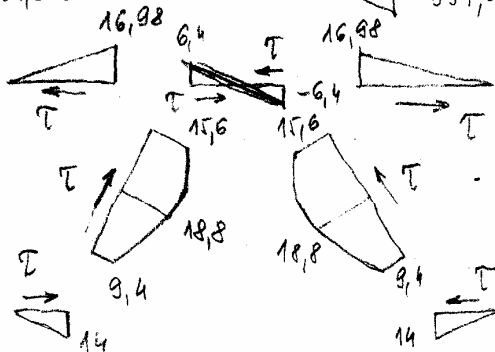
$y(u)$

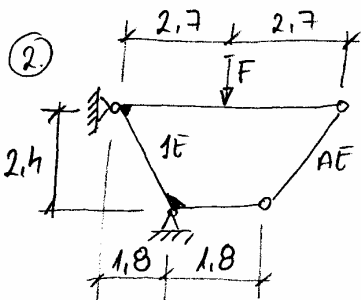


$S_{xx}(u)$



$\tau_y(u)$





$$F = 3000 \text{ N}$$

$$IE = 2 \cdot 10^4 \text{ Nm}^2$$

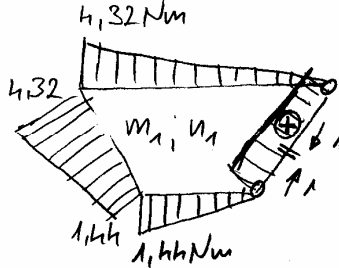
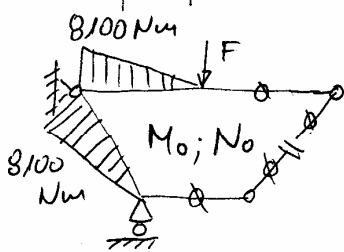
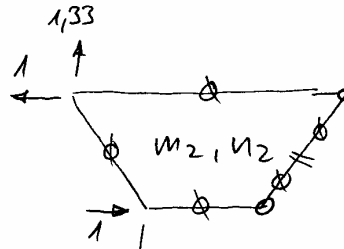
$$AE = 6 \cdot 10^7 \text{ N}$$

2x hat.-lau!

$$\tilde{\sigma}_{10} = \frac{1}{IE} \left[ \frac{8100 \cdot 2.7}{2} \cdot \frac{5}{6} \cdot 4.32 + \frac{8100 \cdot 3}{2} \cdot 3.36 \right] =$$

$$= \frac{80190}{IE} = 4.0095 \text{ m}$$

$$\tilde{\sigma}_{20} = 0 \text{ m}$$



$$\tilde{\sigma}_{11} = \frac{1}{IE} \left[ \frac{4.32 \cdot 5.4}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 4.32 + \frac{3}{6} (4.32^2 + 4 \cdot 2.88^2 + 1.44^2) + \frac{1.44 \cdot 1.8}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 1.44 \right] + \frac{1}{AE} [3 \cdot 1 \cdot 1] =$$

$$= \frac{61.79328}{IE} + \frac{3}{AE} = 0.0030897 \text{ m}$$

$$\tilde{\sigma}_{21} = \tilde{\sigma}_{12} = 0$$

$$\tilde{\sigma}_{22} = 0$$

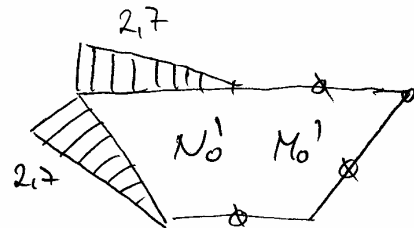
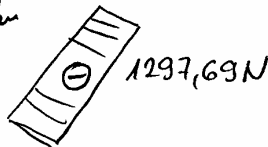
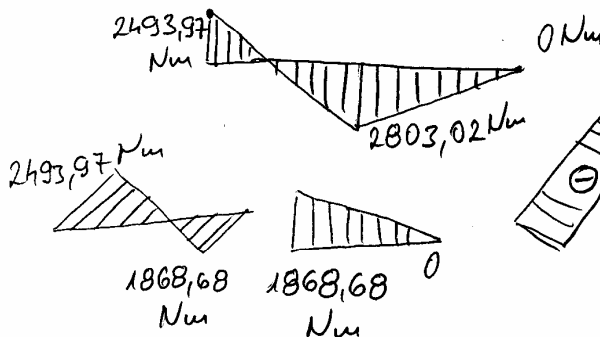
$$\tilde{\sigma}_{10} + X_1 \cdot \tilde{\sigma}_{11} + X_2 \cdot \tilde{\sigma}_{12} = 0$$

$$\tilde{\sigma}_{20} + X_1 \cdot \tilde{\sigma}_{21} + X_2 \cdot \tilde{\sigma}_{22} = 0$$

$$X_2 = 0$$

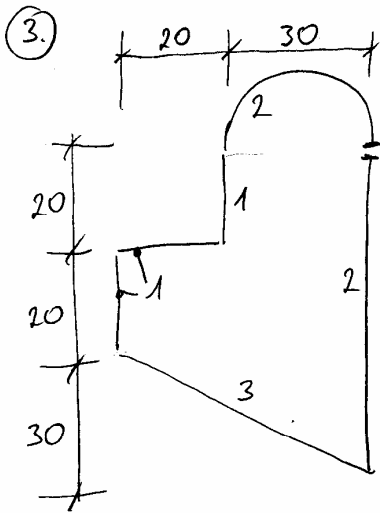
$$X_1 = - \frac{\tilde{\sigma}_{10}}{\tilde{\sigma}_{11}} = \frac{-4.0095}{0.0030897} = -1297.69 \text{ N}$$

$$M = M_0 + X_1 \cdot m_1 + X_2 \cdot m_2 \quad N = N_0 + X_1 \cdot n_1 + X_2 \cdot n_2$$



$$y_F = \int \frac{M \cdot M_0}{IE} ds + \int \frac{N \cdot N_0}{AE} ds = \frac{1}{IE} \left[ \frac{2.7 \cdot 2.7}{2} \cdot 728.31 + \frac{2.7 \cdot 3}{2} \cdot 1039.75 \right] =$$

$$= \frac{6865.69}{IE} = 0.34328 \text{ m} = 343.28 \text{ mm}$$



$$\eta_{uy} = \frac{M_{cs}}{I_{uy} \cdot G}$$

$$\eta_z = \frac{M_{cs}}{I_z \cdot G}$$

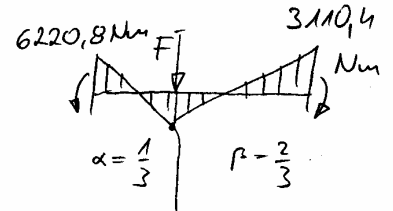
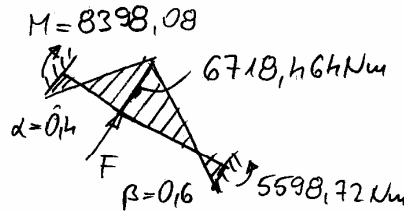
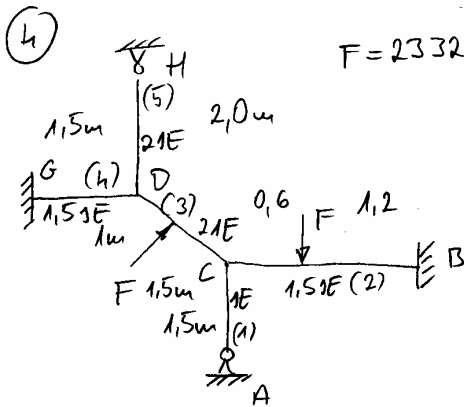
$$\frac{\eta_{uy}}{\eta_z} = \frac{I_z}{I_{uy}} = \frac{211843,9}{857,116} = 247,16$$

$$I_z = \frac{\omega_f^2}{\int \frac{du}{r}} = \frac{5406,86^2}{\frac{20+20+20}{1} + \frac{30 \cdot \pi}{2 \cdot 2} + \frac{70}{2} + \frac{58,3095}{3}} = 211843,9 \text{ mm}^4$$

$$\omega_f = 2 A_e = 2 \cdot \left( \frac{30^2 \cdot \pi}{8} + 50 \cdot 40 - 20^2 + \frac{50 \cdot 30}{2} \right) = 5406,86 \text{ mm}^2$$

$$I_{uy} = \sum \frac{u^3 \cdot \ell}{3} = \frac{1^3 \cdot 20}{3} + \frac{1^3 \cdot 20}{3} + \frac{1^3 \cdot 20}{3} + \frac{2^3 \cdot 30 \pi}{2 \cdot 3} + \frac{2^3 \cdot 70}{3} + \frac{58,3095 \cdot 3^2}{3} = 857,116 \text{ mm}^4$$

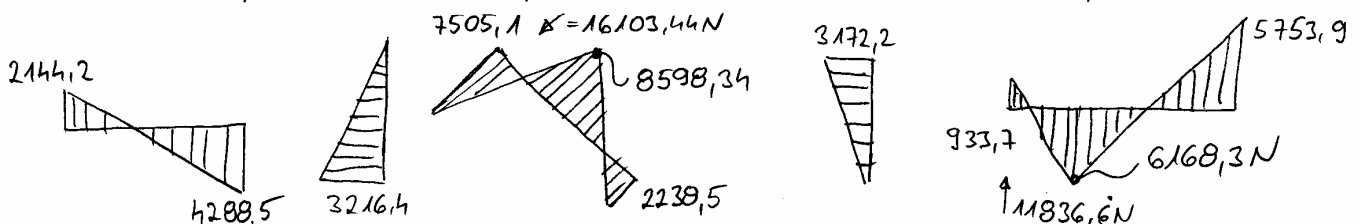
$$\tau = \frac{M_{cs}}{\omega_f \cdot r} ; \tau_{max} = \frac{M_{cs}}{\omega_f \cdot r_{min}} = \frac{100 \cdot 10^3}{5406,86 \cdot 1} = 18,5 \text{ MPa}$$



$$C: \frac{4(1,51E)}{1,8} = 3,331E \quad \frac{3(1E)}{1,5} = 21E \quad \frac{4(21E)}{2,5} = 3,21E$$

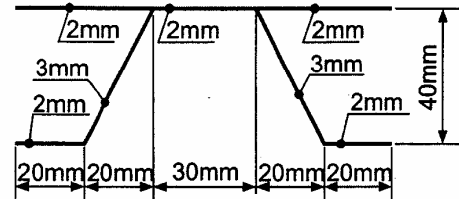
$$D: \frac{4(21E)}{2,5} = 3,21E \quad \frac{3(21E)}{2} = 21E \quad \frac{4(1,51E)}{1,5} = 41E$$

B	C			D			G
2	2	1	3	3	5	4	4
1	$\frac{100}{256} = 0,3906$	$\frac{60}{256} = 0,2344$	$\frac{96}{256} = 0,375$	$\frac{16}{51} = 0,3137$	$\frac{15}{51} = 0,2947$	$\frac{20}{51} = 0,3922$	1
+3110,4	-6220,8		-5598,72	+8398,08			
+2308,5	+4617	+2770,2	+4432,32	+2216,16			
			-1664,98	-3329,96	-3121,84	-4162,45	-2081,22
+325,19	+650,38	+390,23	+624,37	+312,18			
			-48,97	-97,94	-91,82	-122,425	-61,21
+9,56	+19,13	+11,48	+18,36	+9,18			
			-1,44	-2,88	-2,7	-3,6	-1,8
+0,281	+0,563	+0,3375	+0,54	+0,27			
+5753,9	-933,7	+3172,2	-2238,5	+7505,1	-3216,4	-4288,5	-2144,23



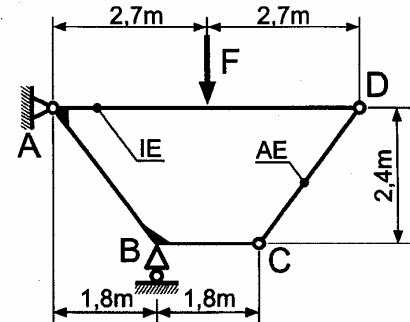
## 1. Feladat (25 pont):

- a) Határozza meg a vázolt szelvény M nyírási középpontjának helyét!



## 2. Feladat (25 pont): A vázolt tartó DA, AB és BC rúdjaik húzó-nyomó merevsége végtelen, hajlító merevsége IE. A CD rúd húzó-nyomó merevsége AE.

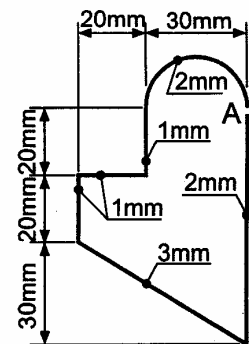
- a) Erőműdszerrel határozza meg a vázolt szerkezet hajlító nyomatéki igénybevételi ábráját a jellemző értékek feltüntetésével!
- b) Határozza meg az F erő támadáspontjának erő irányú elmozdulását (nagyság és értelem)!



Adatok:  $F = 3000 \text{ N}$ ;  $IE = 2 \cdot 10^4 \text{ Nm}^2$ ;  $AE = 6 \cdot 10^7 \text{ N}$

## 3. Feladat (25 pont):

- a) Határozza meg, hogy hány-szor nagyobb fajlagos elcsavarodást szenved szabad csavarásban a vázolt vékonyfalú, nyitott keresztmetszet, ahhoz képest, mint ha az A pontban összehegesztenénk és az így kialakuló zárt, vékonyfalú keresztmetszetet szabadon csavarnánk!
- b) Határozza meg, hogy az A pontnál összehegesztéssel kialakuló zárt vékonyfalú keresztmetszetben az  $M_{cs}$  csavaró nyomaték hatására hol és mekkora maximális  $\tau$  feszültség keletkezik!

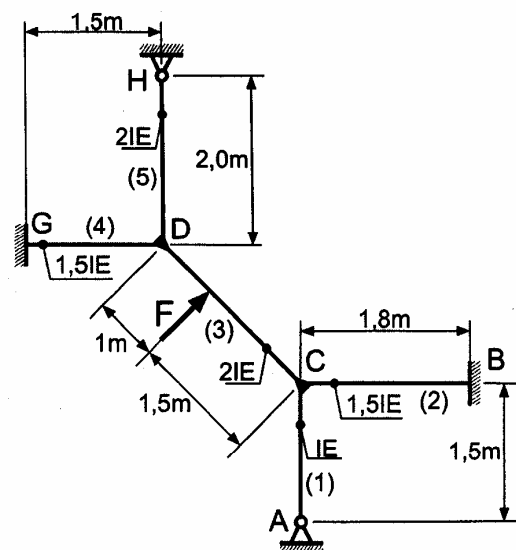


Adatok:  $G = 80 \text{ GPa}$ ;  $M_{cs} = 100 \text{ Nm}$

## 4. Feladat (25 pont): A vázolt tartó rúdjaik hajlító merevségei adottak, és a két db F koncentrált erő terheli. A rudak húzó-nyomó merevsége végtelen.

- a) Mozgásmódszerrel határozza meg a tartó hajlító nyomatéki igénybevételi ábráját a jellemző értékek feltüntetésével!

Adatok:  $F = 23328 \text{ N}$ ;  $AE = \infty$



4.

B	C			D			E
2	2	1	3	3	5	4	4
1	$\frac{100}{256} = 0,3906$	$\frac{60}{256} = 0,2344$	$\frac{96}{256} = 0,375$	$\frac{16}{51} = 0,3137$	$\frac{15}{51} = 0,2941$	$\frac{20}{51} = 0,3922$	1
			-5598,72	+8398,08			
+1093,5	+2187	+1312,2	+2099,52	+1049,76			
			-1482	-2964,0	-2778,78	-3705,04	-1852,5
+289,5	+578,9	+347,3	+555,8	+277,88			
			-43,59	-87,18	-81,73	-108,97	-54,49
+8,51	+17,03	+10,22	+16,35	+8,17			
			-1,28	-2,56	-2,4	-3,21	-1,6
+0,25	+0,5	+0,3	+0,48	+0,24			
+1391,8	+2783,4	+1670	-4453,4	+6680,4	-2862,9	-3817,2	-1908,6

